ACTIVITES NUMERIQUES
(12 points)

<u>Exercice 1 :</u>

1) Si on choisit le nombre : 10

a) Multiplier ce nombre par 3 : $10 \times 3 = 30$
b) Ajouter le carré du nombre choisi : $30 + 10^2 = 30 + 100 = 130$
c) Multiplier par 2 : $130 \times 2 = 260$

Si on choisit le nombre 10, le résultat est donc 260.

2) Si on choisit le nombre : – 5

a) Multiplier ce nombre par 3 : $-5 \times 3 = -15$
b) Ajouter le carré du nombre choisi : $-15 + (-5)^2 = -15 + 25 = 10$
c) Multiplier par 2 : $10 \times 2 = 20$

Si on choisit le nombre – 5, le résultat est donc 20.

Si on choisit le nombre : $\frac{2}{3}$

a) Multiplier ce nombre par 3 : $\frac{2}{3} \times 3 = 2$
b) Ajouter le carré du nombre choisi : $2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 + \frac{4}{9} = \frac{18 + 4}{9} = \frac{22}{9}$
c) Multiplier par 2 : $\frac{22}{9} \times 2 = \frac{44}{9}$

Si on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat est donc $\frac{44}{9}$.

Si on choisit le nombre : $\sqrt{5}$

a) Multiplier ce nombre par 3 : $\sqrt{5} \times 3 = 3\sqrt{5}$
b) Ajouter le carré du nombre choisi : $3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 3\sqrt{5} + 5$
c) Multiplier par 2 : $(5 + 3\sqrt{5}) \times 2 = 10 + 6\sqrt{5}$

Si on choisit le nombre $\sqrt{5}$, le résultat est donc $10 + 6\sqrt{5}$.

3) Si on choisit le nombre : x

a) Multiplier ce nombre par 3 : $x \times 3 = 3x$
b) Ajouter le carré du nombre choisi : $3x + x^2 = x^2 + 3x$
c) Multiplier par 2 : $(x^2 + 3x) \times 2 = 2x^2 + 6x$

Si on choisit le nombre x, le résultat est donc $2x^2 + 2x$

On veut que le résultat soit 0 donc on a : $2x^2 + 6x = 0$

Résolvons l'équation : $2x^2 + 6x = 0$

$2x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow 2x(x + 3) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs au moins est nul.

$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -3$.

Pour que le résultat soit 0, on peut choisir comme nombre soit 0 soit – 3.

Exercice 2 :

Le nombre $2a^2 - 3a - 5$ vaut pour a = 2 :

$$2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3 \neq 1.$$

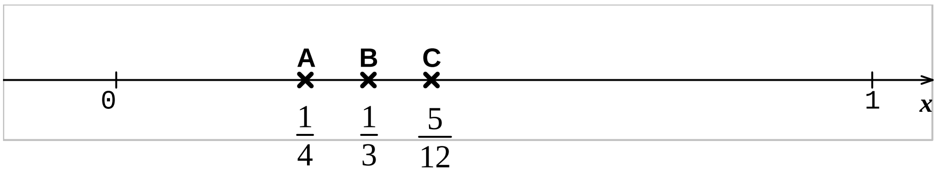
Donc 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

Exercice 3 :

On a : $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

Or : $\frac{3}{12} < \frac{4}{12} < \frac{5}{12}$ Donc : $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{5}{12}$.

Les points A, B et C sont donc situés dans cet ordre sur la droite graduée.



Calculons les distances AB et BC pour vérifiés si ces 3 points sont régulièrement espacés.

$$AB = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{et} \quad BC = \frac{5}{12} - \frac{4}{12} = \frac{1}{12}$$

Comme AB = BC alors ces 3 points sont régulièrement espacés sur la droite graduée.

Exercice 4 :

Soit x le prix du kilogramme de vernis et y celui du prix du litre de cire :

Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 95 euros se traduit par :

$$6x + 4y = 95.$$

Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire, on paie 55,50 euros se traduit par :

$$3x + 3y = 55{,}50$$

Résolvons le système : $\begin{cases} 6x + 4y = 95 \\ 3x + 3y = 55{,}50 \end{cases}$

$$\begin{cases} 6x + 4y = 95 \\ 3x + 3y = 55{,}50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 4y = 95 \\ -6x - 6y = -111 \end{cases}$$ on a multiplié la deuxième ligne par – 2

$$\begin{cases} 6x + 4y = 95 \\ -2y = -16 \end{cases}$$ On a additionné les 2 lignes

$$\begin{cases} 6x + 4y = 95 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 95 - 4 \times 8 \\ y = 8 \end{cases}$$ On remplace y par 8 dans la première ligne

$$\begin{cases} 6x = 63 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10{,}5 \\ y = 8 \end{cases}$$

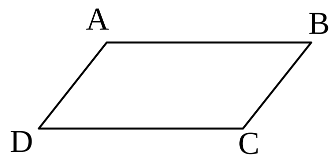
Donc le prix du kilogramme de vernis est 10,5 € et celui du prix du litre de cire est 8 €.

ACTIVITES GEOMETRIQUES
(12 points)

Exercice 1 :

1. **Proposition 3** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Il suffit de faire le schéma du parallélogramme ABCD
(on tourne autour de la figure pour mettre les points dans le bon ordre)
et de faire attention au sens des vecteurs



2. **Proposition 2** $54\ \pi$

La formule du volume d'un cylindre est : $\pi r^2 \times h$, *donc ici :* $V = \pi \times 3^2 \times 6$

3. **Proposition 2** 17 °

L'angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre interceptant le même arc,
donc ici $\frac{34}{2} = 17$

4. **Proposition 2** rectangle et isocèle

ABCD est un carré, donc l'angle $\widehat{ABC} = 90°$ *et* $AB = BC$

Exercice 2 :

1. D'après l'énoncé :

Les points A, E, B sont alignés
Les points A, F, C sont alignés
(EF) et (BC) sont parallèles

Donc, d'après le théorème de Thalès :

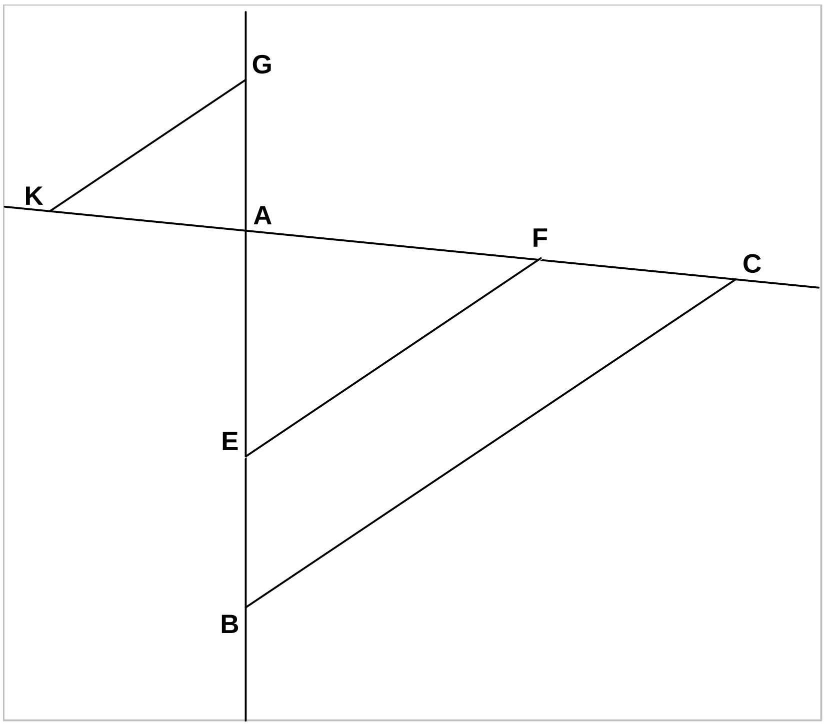
$$\frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{6{,}5}{AF} = \frac{5}{3} = \frac{BC}{4{,}8}$$

$$BC = \frac{5 \times 4{,}8}{3}$$

$$\mathbf{BC = 8}$$

2.



3. D'après l'énoncé :

Les points K, A, C et les points G, A, B sont alignés dans le même ordre.

De plus : $\frac{AC}{AK} = \frac{6,5}{2,6}$ et $\frac{AB}{AG} = \frac{5}{2}$

$\frac{AC}{AK} = \frac{65}{26}$

$\frac{AC}{AK} = \frac{5}{2}$ (en simplifiant par 13)

Donc : $\frac{AC}{AK} = \frac{AB}{AG}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès :

(KG) et (BC) sont parallèles.

4. Dans le triangle ABC,

$BC^2 = 8^2$ et $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6,5^2$

$BC^2 = 64$ et $AB^2 + AC^2 = 67,25$

Donc, $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

Le triangle ABC n'est donc pas rectangle en A.

D'où **(AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires**.

PROBLEME
(12 points)

Partie I :

1) Pour une personne mesurant 180 cm :
le poids minimum conseillé est : 60 kg
le poids maximum conseillé est : 81 kg

2) Pour une personne mesurant 165 cm :
le poids maximum conseillé est : 68 kg

Elle dépasse donc de 4 kg le poids maximum conseillé.

3) Pour une personne mesurant 170 cm, le poids maximum conseillé est 72 kg.
Si une personne de 72kg a un poids inférieur au poids maximum conseillé pour sa taille alors sa taille est donc supérieure à 170 cm.

Partie II :

Dans cette partie :
t représente la taille d'une personne, exprimée en cm.
p représente le poids idéal, exprimé en kg.
On a : $p = t - 100 - \frac{t - 150}{4}$

1) Poids idéal d'une personne mesurant 160 cm :

$p = 160 - 100 - \frac{160 - 150}{4}$

$p = 60 - \frac{10}{4}$

$p = 60 - \frac{5}{2}$

$p = \frac{120 - 5}{2}$

$p = \frac{115}{2}$

$\mathbf{p = 57{,}5}$

On fait de même pour une personne mesurant 165 cm et 180 cm :
On a donc les résultats suivants :
Poids idéal d'une personne mesurant 160 cm : **p = 57,5 kg**
Poids idéal d'une personne mesurant 165 cm : **p = 61,25 kg**
Poids idéal d'une personne mesurant 180 cm : **p = 72,5 kg**

2) On a : $p = t - 100 - \dfrac{t - 150}{4}$

$p = t - 100 - \dfrac{t}{4} + \dfrac{150}{4}$

$p = \dfrac{4t}{4} - \dfrac{t}{4} - \dfrac{400}{4} + \dfrac{150}{4}$

$p = \dfrac{3}{4}t - \dfrac{250}{4}$ (du type $f(x) = ax + b$)

Le poids idéal p est donc une fonction affine de la taille. **Sa représentation graphique est donc une droite.**
Voir graphique en annexe

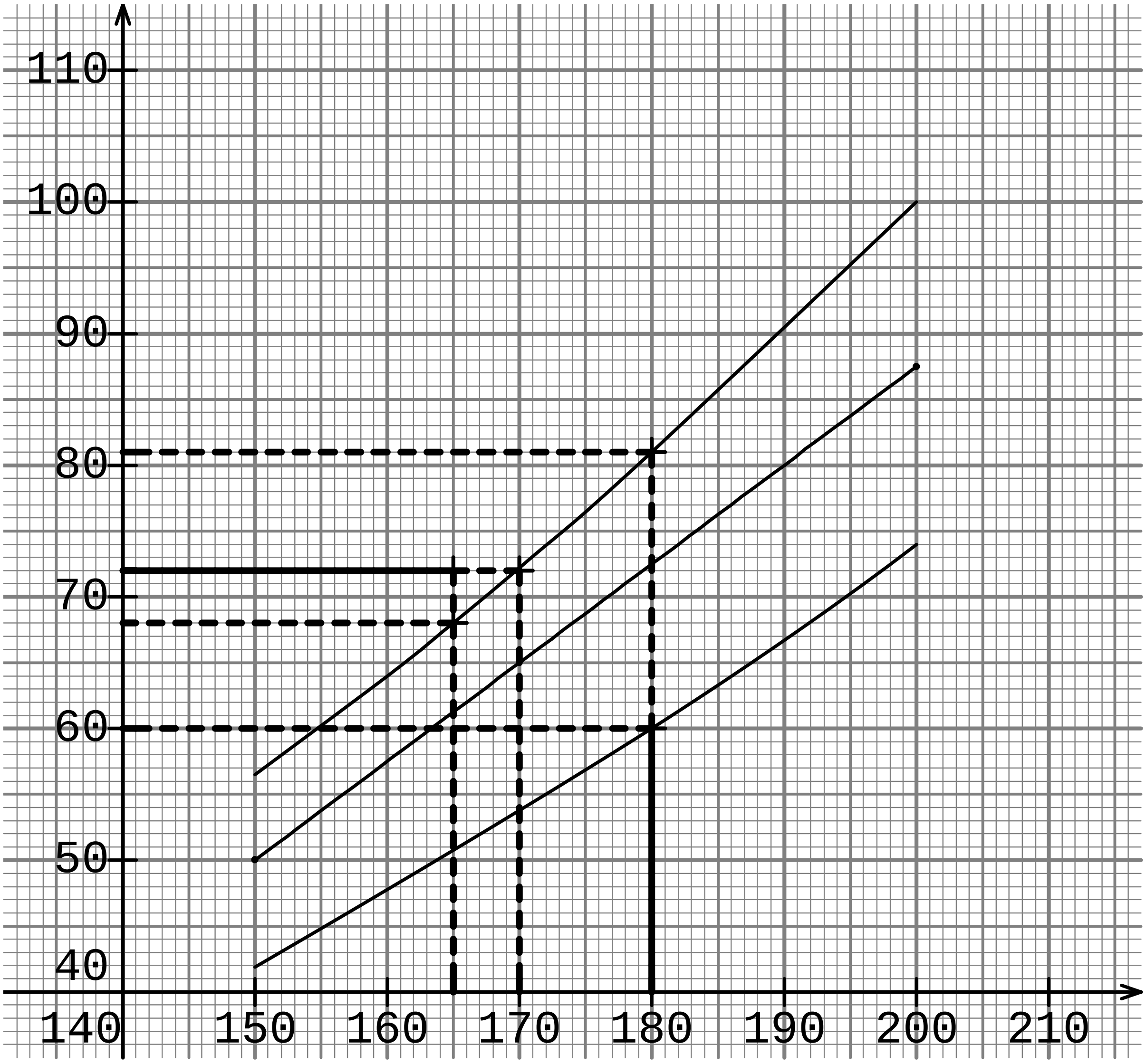
3) Le poids idéal d'une personne mesurant 170 cm est : $p = \dfrac{3}{4} \times 170 - \dfrac{250}{4} = 65$ kg.

Comme son poids (réel) est égal au poids idéal augmenté de 10 % alors il vaut :

$$65 + 65 \times \frac{10}{100} = 71,5 \text{ kg.}$$

Pour une personne mesurant 170 cm, le poids maximum conseillé est 72 kg.

Donc le poids de cette personne ne dépasse pas le poids maximum conseillé.


110
100
90
80
70
60
50
40
140
150
160
170
180
190
200
210